

- 确有②③,故选 B.
11. $2y^3$ 【解析】 $4x^2y^4 \div (2x^2y) = 2y^3$, 故答案为 $2y^3$.
12. $x^2 + 12x$ 【解析】根据题意, 面积增加 $(6+x)^2 - 6^2 = x^2 + 12x + 36 - 36 = x^2 + 12x$, 故答案为 $x^2 + 12x$.
13. 3 【解析】因为 $2^{x+4} - 2 \times 2^x = 112$, 所以 $2^{x+1} \times (2^3 - 1) = 112$, 所以 $2^{x+1} = 16 = 2^4$, 所以 $x+1 = 4$, 解得 $x = 3$. 故答案为 3.
14. $2a+2b$ 【解析】设长方形彩纸的另一边长为 x . 由题意得 $2bx = (a+2b)^2 - a^2$, $2bx = a^2 + 4ab + 4b^2 - a^2$, $2bx = 4ab + 4b^2$, 解得 $x = 2a + 2b$, 故答案为 $2a+2b$.
15. $4x-2$ (答案不唯一) 【解析】由题可得 $A \cdot B + M = (1+2x)(1-2x) + M = -4x^2 + M + 1$. 因为 $A \cdot B + M$ 是关于 x 的一个完全平方式, 则 M 可以为 $4x-2$, 原式 $= -4x^2 + 4x - 2 + 1 = -(4x^2 - 4x + 1) = -(2x-1)^2$, 所以整式 M 可以是 $4x-2$ (答案不唯一).
16. 23 【解析】设 $EK = x$, $EA = y$. 因为三个正方形 $ABCD, EFGH, LIJK$ 的边长分别为 4, 3, 2, 所以 $ED = y - 4$, $EH = 3$, $HL = EK - EH - LK = x - 3 - 2 = x - 5$, 所以 $S_1 = 3(y - 4) = 3y - 12$, $S_2 = [4 - 3 - (x - 5)][4 - (y - 2)] = 36 - 6y - 6x + xy$, $S_3 = (x - 4)(y - 2) = xy - 2x - 4y + 8$. 因为 $3S_3 + 2S_1 - S_2 = 10$, 所以 $3(xy - 2x - 4y + 8) + 2(3y - 12) - (36 - 6y - 6x + xy) = 10$, 化简整理得 $2xy - 36 = 10$, 所以 $xy = 23$, 即大长方形的面积为 23. 故答案为 23.
17. 【解】(1) $-3^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - (\pi - 2)^0 = -9 + 9 - 1 = -1$.
(2) $(-2x^2)^2 + x^3 \cdot x - x^5 \div x = 4x^4 + x^4 - x^4 = 4x^4$.

思路分析

①给代数式变形可知代数式的值是偶数, 而不是奇数; ②利用完全平方公式整理得到两个数的平方相等, 根据题意知两数不相等, 所以两数互为相反数; ③利用完全平方公式和多项式与多项式的乘法法则, 整理即可得到结论.

关键点拨

熟练掌握的运算性质和科学记数法是解本题的关键.

18. 【解】(1) 原式 $= a^{6m} + b^{6m} - a^{6m} \cdot b^{4m}$. 因为 $a^{3m} = 3$, $b^{2m} = 4$, 所以 $a^{6m} = 9$, $b^{6m} = 64$, $b^{4m} = 16$, 所以原式 $= 9 + 64 - 9 \times 16 = -71$.
(2) 原式 $= 4x^2 - 12x + 9 - (x^2 - y^2) - y^2 = 4x^2 - 12x + 9 - x^2 + y^2 - y^2 = 3x^2 - 12x + 9$. 因为 $x^2 - 4x - 5 = 0$, 所以 $x^2 - 4x = 5$, 所以 $3x^2 - 12x = 15$, 所以原式 $= 15 + 9 = 24$.
19. 【解】(1) 因为 10 亿 $= 1\,000\,000\,000 = 10^9$, 所以 10 亿元面值为 100 元的人民币的总张数为 $10^9 \div 100 = 10^7$ (张), $10^7 \div 100 \times 0.9 = 9 \times 10^4$ (厘米).
答: 大约高 9×10^4 厘米.
(2) $10^7 \div (5 \times 8 \times 10^4) = (1 \div 40) \times (10^7 \div 10^4) = 0.025 \times 10^3 = 25$ (天).
答: 点钞机大约要点 25 天.
20. 【解】(1) 因为 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $a+b=4$, $a^2 + b^2 = 10$, 所以 $ab = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} = \frac{4^2 - 10}{2} = 3$.
(2) 因为 $m - \frac{1}{m} = 3$, 所以 $\left(m - \frac{1}{m}\right)^2 = 9$,
所以 $\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = \left(m - \frac{1}{m}\right)^2 + 4 = 13$,
所以 $m + \frac{1}{m} = \pm\sqrt{13}$.
(3) 根据题意得, 正方形 $EBKF$ 的边长可以表示为 $6-a$ 或 $8-b$, 所以 $6-a = 8-b$, 即 $b-a = 2$, 长方形 $PFQD$ 的面积为 ab .
因为 $a^2 + b^2 = 18$, $b-a = 2$,
所以 $ab = \frac{(a^2 + b^2) - (b-a)^2}{2} = \frac{18-4}{2} = 7$,
所以长方形 $PFQD$ 的面积为 7 cm^2 .

第 4 章 因式分解

4.1 因式分解的意义



刷基础

1. A 【解析】A 选项, $4y^2 - 12y + 9 = (2y-3)^2$, 把一个多项式化为几个整式的积的形式, 是因式分解, 故此选项符合题意; B 选项, $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$, 是整式的乘法, 不是因式分解, 故此选项不符合题意; C 选项, $x^2 - x - 6 = x(x-1) - 6$, 没有把一个多项式化为几个整式的积的形式, 不是因式分解, 故此选项不符合

归纳总结

一般地, 把一个多项式化成几个整式的积的形式, 叫作因式分解, 有时我们也把这一过程叫作因式.

- 题意; D 选项, $3x+1 = x\left(3+\frac{1}{x}\right)$, 等号右边的多项式不是整式, 不是因式分解, 故此选项不符合题意. 故选 A.
2. 【解】(1) $24x^2y = 4x \cdot 6xy$ 的左边不是多项式, 故不是因式分解.
(2) $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$ 是整式的乘法, 不是因式分解.
(3) $\frac{1}{3}ax + \frac{1}{3}bx = \frac{1}{3}x(a+b)$ 是因式分解.

(4) $x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$ 是因式分解.

综上, (3)(4) 是因式分解, (1)(2) 不是因式分解.

3. B 【解析】A 选项, $x(x-6)=x^2-6x$, 正确, 故此选项不符合题意; B 选项, $(x-2)(x+3)=x^2+x-6$, 原等式错误, 故此选项符合题意; C 选项, $(x+3)^2=x^2+6x+9$, 正确, 故此选项不符合题意; D 选项, $(x+3)(x-3)=x^2-9$, 正确, 故此选项不符合题意. 故选 B.

4. 3 【解析】设多项式 ax^2-6x+3 的另一个因式为 $ax+b$, 则 $ax^2-6x+3=(ax+b)(x-1)$. 因为 $(ax+b)(x-1)=ax^2+(b-a)x-b$, 所以 $ax^2+(b-a)x-b=ax^2-6x+3$, 所以 $\begin{cases} b-a=-6, \\ -b=3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=3, \\ b=-3. \end{cases}$ 故答案为 3.

5. 15 【解析】分解因式 x^2+ax+b , 甲看错了 b , 但 a 是正确的, 他的分解结果 $(x+2)(x+4)=x^2+6x+8$, 所以 $a=6$. 乙看错了 a , 但 b 是正确的, 他的分解结果 $(x+1)(x+9)=x^2+10x+9$, 所以 $b=9$. 因此 $a+b=15$. 故答案为 15.

6. 【解】(1) 观察题图(1), 从面积恒等变形的角度考虑, 可以将代数式 $2a^2+5ab+2b^2$ 因式分解为 $(2a+b)(a+2b)$, 故答案为 $(2a+b)(a+2b)$.

(2) 因为题图(1)中大长方形纸板的周长为 54 cm, 所以 $2(2a+b+a+2b)=54$, 所以 $6(a+b)=54$, 所以 $a+b=9$. 故答案为 9.

(3) 因为题图(1)中阴影部分的面积为 90 cm^2 , 所以 $5ab=90$, 所以 $ab=18$. 由(2)可得 $a+b=9$, 所以 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=45$, 所以题图(2)中一张纸板 A 和一张纸板 B 的面积和为 45 cm^2 .

7. D 【解析】原式 $=11 \times (102^2-98^2)=11 \times (102+98) \times (102-98)=11 \times 200 \times 4=8\ 800$. 故选 D.

8. 【解】(1) $27.5^2-17.5^2=(27.5+17.5)(27.5-17.5)=45 \times 10=450$.

(2) $999^2+999=999 \times (999+1)=999 \times 1\ 000=999\ 000$.

(3) $17 \times 0.11+37 \times 0.11-46 \times 0.11=0.11 \times (17+37-46)=0.11 \times 8=0.88$.

(4) $(-2)^{101}+(-2)^{100}+2^{99}=-2^{101}+2^{100}+2^{99}=2^{99} \times (-2^2)+2^{99} \times 2+2^{99} \times 1=2^{99} \times (-2^2+2+1)=-2^{99}$.

4.2 提取公因式法

刷基础

1. B 【解析】 $-5+\sqrt{3}-\pi=-(5-\sqrt{3}+\pi)$, 故选 B.

归纳总结

确定多项式各项公因式的方法: ①定系数, 即确定各项系数的最大公因数; ②定字母, 即确定各项相同字母因式(或相同多项式因式); ③定指数, 即确定各项相同字母因式(或相同多项式因式)的指数最低次幂.

归纳总结

根据添括号法则: 添括号时, 如果括号前面是正号, 括到括号里的各项都不变号, 如果括号前面是负号, 括到括号里的各项都变号.

2. (1) $-a+b$ (2) $a-b$

【解析】(1) $a-b=-(-a+b)$. 故答案为 $-a+b$.

(2) $-xa+xb-a+b=-x(a-b)-(a-b)$. 故答案为 $a-b$.

3. C 【解析】多项式 $-4a^2b^2+12a^2b^2-8a^3b^2c$ 的公因式是 $-4a^2b^2$, 故选 C.

4. B 【解析】A 选项, $6x^2-4x=2x(3x-2)$, 所以 $3x-2$ 与 $6x^2-4x$ 有公因式 $3x-2$, 故本选项不符合题意; B 选项, $ab-ac=a(b-c)$ 与 $ab-bc=b(a-c)$ 没有公因式, 故本选项符合题意; C 选项, a^2b 与 ab^2 有公因式 ab , 故本选项不符合题意; D 选项, $a-b$ 与 $(a-b)^2$ 有公因式 $a-b$, 故本选项不符合题意. 故选 B.

5. (1) $-x(x+y)^2$ (2) $4(m-n)$

【解析】(1) $-xy^2(x+y)^3+x(x+y)^2$ 的公因式是 $-x(x+y)^2$.

(2) $4x(m-n)+8y(n-m)^2$ 的公因式是 $4(m-n)$.

6. C 【解析】A 选项, $12abc-9a^2b^2c^2=3abc(4-3abc)$, 故本选项错误; B 选项, $3x^2y-3xy+6y=3y(x^2-x+2)$, 故本选项错误; C 选项, $-a^2+ab-ac=-a(a-b+c)$, 故本选项正确; D 选项, $x^2y+5xy-y=y(x^2+5x-1)$, 故本选项错误. 故选 C.

7. $3x-12y+1$ 【解析】 $-9x^2y+36xy^2-3xy=-3xy \cdot (3x-12y+1)$, 所以多项式 $-9x^2y+36xy^2-3xy$ 提公因式 $-3xy$ 后的另一个因式为 $3x-12y+1$. 故答案为 $3x-12y+1$.

8. 0 【解析】依题意得 $a+b=0$, 所以 $a(1-y)-b(y-1)=a(1-y)+b(1-y)=(a+b)(1-y)=0$, 故答案为 0.

9. 【解】原式 $=(x-2y)(2x+3y)+2(x-2y) \cdot (5x-y)=(x-2y)[2x+3y+2(5x-y)]=(x-2y)(2x+3y+10x-2y)=(x-2y)(12x+y)$.

10. B 【解析】因为 $m^2+m-1=0$, 所以 $m^2+m=1$, 所以 $m^3+2m^2-2\ 001=m^3+m^2+m^2-2\ 001=m(m^2+m)+m^2-2\ 001=m+m^2-2\ 001=1-2\ 001=-2\ 000$. 故选 B.

11. 70 【解析】因为长方形两条邻边的长分别为 x 和 y , 其周长为 14, 面积为 10, 所以 $2(x+y)=14$, $xy=10$, 所以 $x+y=7$, 所以 $x^2y+xy^2=xy(x+y)=10 \times 7=70$, 故答案为 70.

12. 【解】原式 $=(10x-11)(11x-7)+3x(11x-7)=(11x-7)(10x-11+3x)=(11x-7)(13x-11)=(ax+b)(11x+c)$, 所以 $a=13$, $b=-11$, $c=-7$, 所以 $a+b+c=-5$.

13. 【解】由题意得, $Q = I^2 R_1 t + I^2 R_2 t + I^2 R_3 t = I^2 t (R_1 + R_2 + R_3) = 0.6^2 \times 3 \times (32.7 + 42.4 + 24.9) = 108(\text{J})$.

答: 电流流经电阻所产生的热量 Q 为 108 J.

刷提升

1. C 【解析】①当添加符号为 $a+b-c+d-e$ 时, $a+(b-c)+(d-e)=a+b-c+d-e$, $(a+b)-(c+d)-e=a+b-c-d-e$, $(a+b)-(c+d-e)=a+b-c-d+e$, $(a+b)-c+(d-e)=a+b-c+d-e$; 当添加符号为 $a-b+c-d+e$ 时, $(a-b)+(c-d)+e=a-b+c-d+e$, $(a-b)+c-(d+e)=a-b+c-d-e$, $(a-b)+(c-d+e)=a-b+c-d+e$, $a-(b+c)-(d+e)=a-b-c-d-e$, 总共有 6 种不同的运算结果, 故①错误. ②无论如何添加括号, 字母 a 的系数始终为 1, 所以任意两种“添减括号操作”, 它们的运算结果求和后字母 a 的系数始终是 2, 所以不存在两种“添减括号操作”, 使它们的运算结果求和后为 0, 故②正确. ③例如, 添加括号 $(a+b)-c+(d-e)$, 去括号后与原式 $a+b-c+d-e$ 相同, 故③正确. 综上, 正确的说法为②和③, 共 2 个. 故选 C.

2. 【解】设 $x^2+x=t$. 将 $x^2+x=t$ 代入 $(x^2+x)(x^2+x+2)+(x^2+x+1)(x^2+x-1)+1$ 中, 得 $t(t+2)+(t+1)(t-1)+1=t^2+2t+t^2-1+1=2t^2+2t=2t(t+1)$, 所以原式 $=2t(t+1)=2(x^2+x)(x^2+x+1)=2x(x+1)(x^2+x+1)$.

3. 【解】(1) 由题意得分解因式的方法是提公因式法, 共应用了 2 次. 故答案为提公因式法, 2.

(2) $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2025}=(1+x)[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2024}]=(1+x)^2[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2023}]=\cdots=(1+x)^{2026}$, 需应用提公因式法 2 025 次, 结果是 $(1+x)^{2026}$. 故答案为 2 025, $(1+x)^{2026}$.

(3) $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^n=(1+x)[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{n-1}]=(1+x)^2[1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{n-2}]=\cdots=(1+x)^{n+1}$.

刷素养

4. 【解】(1) $x^2+9x-10=x^2-x+10x-10=x(x-1)+10(x-1)=(x-1)(x+10)$.

(2) $x^3-2x^2-5x+6=x^3-x^2-x^2+x-6x+6=x^2(x-1)-x(x-1)-6(x-1)=(x-1)(x^2-x-6)=(x-$

关键点拨

本题考查了因式分解的方法和运用, 解题关键是灵活运用“换元法”对较为复杂的多项式进行因式分解, 达到去繁化简的效果.

关键点拨

将 $y+z$ 看成一个整体, 利用平方差公式分解因式是解本题的关键.

易错警示

多项式的因式分解要分解到不能再分解为止.

1) $(x^2-3x+2x-6)=(x-1)[x(x-3)+2(x-3)]=(x-1)(x-3)(x+2)$.

(3) $x^4+5x^3+x^2-20x-20=x^4-2x^3+7x^3-14x^2+15x^2-30x+10x-20=x^3(x-2)+7x^2(x-2)+15x(x-2)+10(x-2)=(x-2)(x^3+7x^2+15x+10)=(x-2)(x^3+2x^2+5x^2+10x+5x+10)=(x-2)[x^2(x+2)+5x(x+2)+5(x+2)]=(x-2)(x+2)(x^2+5x+5)$.

4.3 用乘法公式分解因式

课时 1 用平方差公式分解因式

刷基础

1. D 【解析】A 选项, $a^2+(-b)^2=a^2+b^2$, 为两平方项相加, 无法用平方差公式分解因式, 故此选项错误; B 选项, $5m^2-20m=5m(m-4)$, 无法用平方差公式分解因式, 故此选项错误; C 选项, $-x^2-y^2=-(x^2+y^2)$, 无法用平方差公式分解因式, 故此选项错误; D 选项, $-x^2+9=9-x^2=3^2-x^2=(3+x)(3-x)$, 故此选项正确. 故选 D.

2. C 【解析】 $4x^2-1=(2x)^2-1^2=(2x+1)(2x-1)$, 所以 $4x^2-1$ 的因式有 $2x-1$ 和 $2x+1$. 故选 C.

3. D 【解析】当 A 是 $2bc$ 时, 多项式为 a^2+b^2+2bc , 不能用平方差公式分解因式, 故 A 选项不符合题意; 当 A 是 $-2ab$ 时, 多项式为 a^2+b^2-2ab , 不能用平方差公式分解因式, 故 B 选项不符合题意; 当 A 是 $3b^2$ 时, 多项式为 $a^2+b^2+3b^2=a^2+4b^2$, 不能用平方差公式分解因式, 故 C 选项不符合题意; 当 A 是 $-5b^2$ 时, 多项式为 $a^2+b^2-5b^2=a^2-4b^2=a^2-(2b)^2=(a+2b)(a-2b)$, 能用平方差公式分解因式, 故 D 选项符合题意. 故选 D.

4. $3y^2-2x$ 【解析】因为 $9y^4-4x^2=(3y^2)^2-(2x)^2=(3y^2+2x)(3y^2-2x)$, 所以括号内填写的代数式为 $3y^2-2x$, 故答案为 $3y^2-2x$.

5. 4 【解析】因为 $x^2-(y+z)^2=8$, 所以 $(x-y-z)(x+y+z)=8$. 因为 $x+y+z=2$, 所以 $x-y-z=8 \div 2=4$, 故答案为 4.

6. 【解】(1) 原式 $=1^2-(6b)^2=(1+6b)(1-6b)$.

(2) 原式 $=3(4x^2-y^2)=3(2x+y)(2x-y)$.

(3) 原式 $=(0.7p)^2-12^2=(0.7p+12)(0.7p-12)$.

(4) 原式 $=[(2x+y)+(x+2y)][(2x+y)-(x+$

$$2y) = (3x+3y)(x-y) = 3(x+y)(x-y).$$

7. **A** 【解析】题图中阴影部分剪拼成的长方形面积为 $(2x)^2 - 3^2 = (2x+3)(2x-3)$, 所以长方形的一组邻边长分别是 $2x-3$ 和 $2x+3$. 故选 A.

8. **D** 【解析】 $65^2 \times 11 - 35^2 \times 11 = 11 \times (65^2 - 35^2) = 11 \times (65+35)(65-35) = 11 \times 100 \times 30$. A 选项, 当 $n = 44$ 时, 因为 $44 = 2^2 \times 11$, 所以 $\frac{11 \times 100 \times 30}{2^2 \times 11} = 750$, 故 A 选项不符合题意; B 选项, 当 $n = 55$ 时, 因为 $55 = 5 \times 11$, 所以 $\frac{11 \times 100 \times 30}{5 \times 11} = 600$, 故 B 选项不符合题意; C 选项, 当 $n = 66$ 时, 因为 $66 = 2 \times 3 \times 11$, 所以 $\frac{11 \times 100 \times 30}{2 \times 3 \times 11} = 500$, 故 C 选项不符合题意; D 选项, 当 $n = 77$ 时, $77 = 7 \times 11$, $\frac{11 \times 100 \times 30}{7 \times 11}$ 的结果不是整数, 故 D 符合题意. 故选 D.

9. **1** 【解析】因为 $\begin{vmatrix} 2x+1 & 1-2x \\ 1-2x & 1+2x \end{vmatrix} = 8$, 所以 $(2x+1)^2 - (1-2x)^2 = 8$, 所以 $(2x+1+1-2x)(2x+1-1+2x) = 8$, 所以 $8x = 8$, 解得 $x = 1$, 故答案为 1.

10. 【解】设养鸭场的边长为 x m, 养鸡场的边长为 y m. 由题意得 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 40, \\ 4(x+y) = 80, \end{cases}$ 将方程组变形为 $\begin{cases} (x+y)(x-y) = 40, \textcircled{1} \\ x+y = 20, \textcircled{2} \end{cases}$ 把 $\textcircled{2}$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $x-y = 2$, $\textcircled{3}$ $\textcircled{3} + \textcircled{2}$, 得 $2x = 22$, 解得 $x = 11$; $\textcircled{2} - \textcircled{3}$, 得 $2y = 18$, 解得 $y = 9$, 所以养鸡场的面积为 $9^2 = 81 (\text{m}^2)$, 养鸭场的面积为 $11^2 = 121 (\text{m}^2)$.

课时 2 用完全平方公式分解因式



刷基础

1. **A** 【解析】① $a^2 - 2a + 1 = a^2 - 2a \times 1 + 1^2 = (a-1)^2$, 所以①是完全平方式; ② $m^2 + m + 1$ 不是完全平方式; ③ $16b^2 - 2b + \frac{1}{16} = (4b)^2 - 2 \times 4b \times \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(4b - \frac{1}{4}\right)^2$, 所以③是完全平方式; ④ $4x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2$ 不是完全平方式; ⑤ $a^2 + 4b^2 - 4ab = a^2 - 2 \times 2ab + (2b)^2 = (a-2b)^2$, 所以⑤是

思路分析

先根据两平方项确定出这两个数, 再根据完全平方公式的特点确定 b 的值.

刷有所得

因式分解是研究代数式的基础, 通过因式分解将多项式合理变形, 是求代数式的值的常用解题方法.

完全平方式; ⑥ $m^2n^2 - mn + \frac{1}{4} = (mn)^2 - 2 \times \frac{1}{2}mn + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(mn - \frac{1}{2}\right)^2$, 所以⑥是完全平方式. 综上, 是完全平方式的为①③⑤⑥, 共 4 个. 故选 A.

2. **± 2** 【解析】由题意得 $x^2 - bx + 1 = (x \pm 1)^2$, 所以 $x^2 - bx + 1 = x^2 \pm 2x + 1$, 所以 $-b = \pm 2$, 所以 $b = \pm 2$.

3. **A** 【解析】 $4y^2 + 4y + 1 = (2y+1)^2$. 故选 A.

4. **$(m+3)^2$** 【解析】 $m(m+8) + 9 - 2m = m^2 + 8m + 9 - 2m = m^2 + 6m + 9 = (m+3)^2$. 故答案为 $(m+3)^2$.

5. **6** 【解析】因为 $a+b=5$, 所以 $a=5-b$, 所以 $c^2 = (5-b) \cdot b + b - 9$, 所以 $c^2 + b^2 - 6b + 9 = 0$, 所以 $c^2 + (b-3)^2 = 0$, 所以 $c=0, b-3=0$, 所以 $b=3$, 所以 $a=2$, 所以 $ab-c = 2 \times 3 - 0 = 6$.

6. **$3a+2b$** 【解析】由题意得, 拼成的大正方形的面积为 $9a^2 + 12ab + 4b^2 = (3a+2b)^2$, 所以拼成的大正方形的边长是 $3a+2b$, 故答案为 $3a+2b$.

7. 【解】 $202^2 + 202 \times 196 + 98^2 = 202^2 + 2 \times 202 \times 98 + 98^2 = (202+98)^2 = 300^2 = 90\ 000$.

8. 【解】(1) 原式 $= (x^2 + 4 + 4x)(x^2 + 4 - 4x) = (x+2)^2(x-2)^2$.

(2) 原式 $= [(x^2+3x) + (x-1)][(x^2+3x) - (x-1)] = (x^2+4x-1)(x^2+2x+1) = (x^2+4x-1)(x+1)^2$.

9. 【解】(1) $M-N = -a^2 + 2a + (a^2 - 2a + 2) = -a^2 + 2a + a^2 - 2a + 2 = 2$. 因为 $M-N = 2 > 0$, 所以 $M > N$.

(2) 因为 $P+2N = M-3$, 所以 $P-2(a^2-2a+2) = -a^2+2a-3$, 即 $P = -a^2+2a-3+2a^2-4a+4 = a^2-2a+1 = (a-1)^2$. 因为不论 a 为何值, $(a-1)^2$ 一定大于或等于 0, 所以 P 不可能小于 0.

10. **A** 【解析】 $3(x+y)^3 - 27(x+y) = 3(x+y) \cdot [(x+y)^2 - 9] = 3(x+y)(x+y+3)(x+y-3)$. 故选 A.

11. **A** 【解析】 $5m(a^2-1) - 5n(a^2-1) = (5m-5n)(a^2-1) = 5(m-n)(a+1)(a-1)$, 所以结果呈现的密码信息可能是“天空之桥”, 故选 A.

12. **$(a-b)(x+2y)(x-2y)$** 【解析】 $x^2(a-b) + 4y^2(b-a) = x^2(a-b) - 4y^2(a-b) = (a-b)(x^2-4y^2) = (a-b)(x+2y)(x-2y)$, 故答案为 $(a-b)(x+2y)(x-2y)$.

13. **$2x(x+1)^2$** 【解析】原式 $= 2x(x^2+2x+1) =$

$2x(x+1)^2$. 故答案为 $2x(x+1)^2$.

14. $\underline{ab(ab+1)^2}$ 【解析】原式 $= ab(a^2b^2+2ab+1) = ab(ab+1)^2$. 故答案为 $ab(ab+1)^2$.

刷提升

1. D 【解析】 $x^{n+1}-x^{n-1}=x^{n-1}(x^2-1)=x^{n-1}(x+1)(x-1)$, 故选 D.

2. A 【解析】因为 $m^2=4n+a, n^2=4m+a$, 所以 $m^2-n^2=4n-4m$, 所以 $(m+n)(m-n)=-4(m-n)$, 所以 $(m-n)(m+n+4)=0$. 因为 $m \neq n$, 所以 $m+n+4=0$, 即 $m+n=-4$, 所以 $m^2+2mn+n^2=(m+n)^2=(-4)^2=16$. 故选 A.

3. 3 【解析】因为 $a=2\ 023x+2\ 022, b=2\ 023x+2\ 023, c=2\ 023x+2\ 024$, 所以 $a-b=-1, b-c=-1, a-c=-2$, 所以 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]=\frac{1}{2}[(-1)^2+(-1)^2+(-2)^2]=\frac{1}{2}(1+1+4)=3$. 故答案为 3.

4. 【解】 $4x^4+1=4x^4+4x^2+1-4x^2=(2x^2+1)^2-4x^2=(2x^2+2x+1)(2x^2-2x+1)$.

5. 【解】(1) $x^2-10x+25=(x-5)^2, 9x^2+6x+1=(3x+1)^2, 4x^2-12x+9=(2x-3)^2$, 故答案为 $(x-5)^2, (3x+1)^2, (2x-3)^2$.

(2) 由题意得, 若多项式 $ax^2+bx+c(a>0)$ 是完全平方式, 则实数系数 a, b, c 之间的数量关系为 $b^2=4ac$, 故答案为 $b^2=4ac$.

(3) 因为多项式 $x^2-2(m-1)x+(5-2m)$ 是一个完全平方式, 所以 $[-2(m-1)]^2=4(5-2m)$, 所以 $4(m^2-2m+1)=4(5-2m)$, 所以 $m^2-2m+1=5-2m$, 所以 $m^2=4$, 所以 $m=\pm 2$.

刷素养

6. 【解】(1) $x^2-2x-15=x^2-2x+1-1-15=(x-1)^2-4^2=(x-1+4)(x-1-4)=(x+3)(x-5)$.
(2) $x^2+4xy-5y^2=x^2+4xy+4y^2-4y^2-5y^2=(x+2y)^2-(3y)^2=(x+2y+3y)(x+2y-3y)=(x+5y)(x-y)$.

全章综合训练

刷中考

1. C 【解析】A 选项, $(a+3)^2=a^2+6a+9$ 是整式的乘法, 不是因式分解, 故选项 A 错误. B 选项, $a^2-4a+4=(a-2)^2$, 故选项 B 错误. C 选项, $5ax^2-5ay^2=5a(x^2-y^2)=5a(x+y)(x-y)$,

关键点拨

此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确找出公因式是解题关键.

关键点拨

(3) 本题考查利用完全平方公式分解因式, 熟记完全平方公式, 正确得出系数间的关系是解答问题的关键.

故选项 C 正确. D 选项, $a^2-2a-8=(a+2)(a-4)$, 故选项 D 错误. 故选 C.

2. A 【解析】原式 $= a(a^2-9) = a(a-3)(a+3)$, 故选 A.

3. $a(a-7)$ 【解析】 $a^2-7a=a(a-7)$. 故答案为 $a(a-7)$.

4. $xy(x+2)$ 【解析】 $x^2y+2xy=xy(x+2)$, 故答案为 $xy(x+2)$.

5. $7(m+2)(m-2)$ 【解析】 $7m^2-28=7(m^2-4)=7(m+2)(m-2)$, 故答案为 $7(m+2)(m-2)$.

6. $(x+y)(x-z)$ 【解析】 $x^2+xy-xz-yz=x(x+y)-z(x+y)=(x+y)(x-z)$, 故答案为 $(x+y)(x-z)$.

7. $(x+3)^2$ 【解析】 $(x+2)(x+4)+1=x^2+4x+2x+8+1=x^2+6x+9=(x+3)^2$, 故答案为 $(x+3)^2$.

8. $(a-1)^2$ 【解析】 $(a+1)^2-4a=a^2+1+2a-4a=a^2-2a+1=(a-1)^2$. 故答案为 $(a-1)^2$.

9. D 【解析】设一个奇数为 $2k+1$, 另一个奇数为 $2n+1$, 且 $2k+1>2n+1, k, n$ 都是整数. 根据题意, 得 $(2k+1)^2-(2n+1)^2=(2k+1+2n+1) \cdot (2k+1-2n-1)=2(k+n+1) \cdot 2(k-n)=4(k-n)(k+n+1)$. 因为 $2k+1>2n+1$, 所以 $k \neq n$, 且 $k-n \geq 1$, 所以 $k-n+2n+1 \geq 1+2n+1$, 所以 $k+n+1 \geq 2(n+1)$, 所以 $4(k-n)(k+n+1) \geq 8(n+1)$, 故任意两个奇数的平方差总能被 8 整除, 故选 D.

10. D 【解析】因为 $a+b=3, ab=1$, 所以 $a^3b+2a^2b^2+ab^3=ab(a^2+2ab+b^2)=ab(a+b)^2=1 \times 3^2=9$. 故选 D.

11. -6 【解析】因为 $a^2-b^2=12$, 所以 $(a+b)(a-b)=12$. 因为 $a-b=-2$, 所以 $a+b=-6$. 故答案为 -6.

12. 【解】(1) (i) $4=4 \times 1=(1+1)^2-(1-1)^2, 8=4 \times 2=(2+1)^2-(2-1)^2, 12=4 \times 3=(3+1)^2-(3-1)^2, 16=4 \times 4=(4+1)^2-(4-1)^2, 20=4 \times 5=(5+1)^2-(5-1)^2, 24=4 \times 6=(6+1)^2-(6-1)^2=7^2-5^2$. 故答案为 7, 5.

(ii) 由 (i) 推导的规律可知 $4n=4 \cdot n=(n+1)^2-(n-1)^2$. 故答案为 $(n+1)^2-(n-1)^2$.

(2) $(2k+1)^2-(2m+1)^2=(2k+1+2m+1) \cdot (2k+1-2m-1)=4(k^2-m^2+k-m)$.

故答案为 $4(k^2-m^2+k-m)$.



1. **B** 【解析】①不可以因式分解;② $1-\frac{1}{4}a^2b^2=$

$$\left(1+\frac{1}{2}ab\right)\left(1-\frac{1}{2}ab\right),$$

故可以用平方差公式进行因式分解;③不可以因式分解;④ $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$,故可以用完全平方公式进行

因式分解;⑤ $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$,故可以用

完全平方公式进行因式分解. 故选 B.

2. **A** 【解析】因为 $x^2+ax-2=(x-1)(x+b)=x^2+$

$$(b-1)x-b, \text{ 所以 } \begin{cases} a=b-1, \\ b=2, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=1, \\ b=2, \end{cases} \text{ 所以}$$

$a+b=1+2=3$. 故选 A.

3. **D** 【解析】原式 $=n(n-1)(n+1)$, 所以 n^3-n

为三个连续的自然数的积, 则其中必有一个因数为偶数, 所以 n^3-n 的结果是一个偶数. 故选 D.

4. **C** 【解析】原式 $=$

$$\frac{(2-1)(2+1)(3-1)(3+1)\cdots(10-1)(10+1)}{1\times1\times2\times2\times3\times3\times\cdots\times10\times10}=$$

$$\frac{1\times3\times2\times4\times3\times5\times\cdots\times9\times11}{1\times1\times2\times2\times3\times3\times\cdots\times10\times10}=\frac{11}{1\times2\times10}=\frac{11}{20},$$

故选 C.

5. **B** 【解析】因为 $a^2-2ab+2b^2+4a+8=0$, 所以

$$2a^2-4ab+4b^2+8a+16=0, \text{ 所以 } (a-2b)^2+(a+4)^2=0,$$

所以 $a-2b=0, a+4=0$, 解得 $a=-4, b=-2$, 所以 $ab=8$, 故选 B.

6. **D** 【解析】因为 $77x^2-13x-30=(7x+a)(bx+c)$, 所以

$$77x^2-13x-30=7bx^2+abx+7cx+ac=7bx^2+(ab+7c)x+ac,$$

所以 $7b=77, ac=-30$, 所以 $b=11$, 所以 $b+ac=11-30=-19$, 故选 D.

7. **B** 【解析】观察题中图形可知 $m^2+3mn+2n^2=(m+2n)(m+n)$. 故选 B.

8. **A** 【解析】因为 $a\neq c$, 所以 $a-c\neq 0$, 所以 $M-N=a^2-2ac+c^2=(a-c)^2>0$, 所以 $M>N$, 故选 A.

9. **A** 【解析】因为长方形的周长为 16 cm, 所以

$$2(x+y)=16, \text{ 所以 } x+y=8. \text{ ① 因为 } (x-y)^2-2x+2y+1=0,$$

$$\text{所以 } (x-y)^2-2(x-y)+1=0, \text{ 所以 } (x-y-1)^2=0, \text{ 所以 } x-y=1. \text{ ② 联立①②, 得}$$

$$\begin{cases} x+y=8, \\ x-y=1, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=\frac{9}{2}, \\ y=\frac{7}{2}, \end{cases} \text{ 所以长方形的面积}$$

思路分析

首先根据 $a-b=4$, 可得 $a=b+4$, 再将 $a=b+4$ 代入原方程, 将 13 分解成 $4+9$, 然后应用完全平方公式化简, 求出 b, c 的值, 进而求出 a 的值, 最后把 a, b, c 的值相加求解即可.

思路分析

根据长方形的周长为 16 cm 得出 $x+y=8$, 利用完全平方公式因式分解求出 $x-y=1$, 与上式联立即可求出 x, y 的值, 进而可求出长方形的面积.

$$S=xy=\frac{9}{2}\times\frac{7}{2}=\frac{63}{4}(\text{cm}^2), \text{ 故选 A.}$$

10. **D** 【解析】因为 $ax^2+bx+c=(a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$, 所以

$$ax^2+bx+c=a_1a_2x^2+a_1c_2x+a_2c_1x+c_1c_2=a_1a_2x^2+(a_1c_2+a_2c_1)x+c_1c_2,$$

$$\text{所以 } a=a_1a_2, b=a_1c_2+a_2c_1, c=c_1c_2. \text{ 因为 } a>0, b<0, c>0,$$

$$\text{所以 } a_1a_2>0, a_1c_2+a_2c_1<0, c_1c_2>0, \text{ 所以当 } a_1, a_2 \text{ 同为正时, } c_1, c_2 \text{ 同为负; 当 } a_1, a_2 \text{ 同为负时, } c_1, c_2 \text{ 同为正, 所以 } c_1, c_2 \text{ 同号, 故选 D.}$$

11. $(x+y+xy+1)(x+y+xy-1)$ 【解析】 $(x+2xy+y)(x+y)+(xy+1)(xy-1)=(x+y)^2+2xy(x+y)+x^2y^2-1=(x+y+xy)^2-1=(x+y+xy+1)(x+y+xy-1)$. 故答案为 $(x+y+xy+1)(x+y+xy-1)$.

12. ± 6 【解析】因为 $x^2-36y^2=(x+6y)(x-6y)=(x+my)(x-my)$, 所以 $m=\pm 6$. 故答案为 ± 6 .

13. ± 5 【解析】 $x^2-25=(x+5)(x-5)$. 因为 x^2-25 与 $(x+b)^2$ 为关联多项式, 所以 $b=\pm 5$. 故答案为 ± 5 .

14. -2 或 2 【解析】因为 $x^2-y^2=3$, 所以 $(x+y)(x-y)=3$. 因为 $x+y, x-y$ 的值均为正整数, 所以 $\begin{cases} x+y=1, \\ x-y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$, 所以当 $x=2, y=-1$ 时, $xy=2\times(-1)=-2$; 当 $x=2, y=1$ 时, $xy=2\times 1=2$. 故答案为 -2 或 2 .

15. 3 【解析】因为 $a-b=4$, 所以 $a=b+4$. 因为 $ab+c^2-6c+13=0$, 所以 $b(b+4)+c^2-6c+13=0$, 所以 $b^2+4b+4+c^2-6c+9=0$, 所以 $(b+2)^2+(c-3)^2=0$, 所以 $b+2=0, c-3=0$, 解得 $b=-2, c=3$, 所以 $a=-2+4=2$, 所以 $a+b+c=2+(-2)+3=3$. 故答案为 3.

16. (1) 2 (2) 7 【解析】(1) 因为 $a-b=b-c=1$, 所以 $b=c+1$, 所以 $a-b=a-(c+1)=1$, 所以 $a-c=2$. 故答案为 2.

$$(2) \text{ 由 (1) 知, } a=c+2, b=c+1, \text{ 把 } a=c+2, b=c+1 \text{ 代入 } ab+ac+bc=4, \text{ 得 } (c+2)(c+1)+(c+2)c+(c+1)c=4, \text{ 即 } c^2+2c+c^2+c^2+2c+c^2+c=4, \text{ 所以 } 3c^2+6c=2. \text{ 这三张正方形纸片的面积之和 } S=c^2+(c+1)^2+(c+2)^2=c^2+(c^2+2c+1)+(c^2+4c+4)=3c^2+6c+5. \text{ 把 } 3c^2+6c=2 \text{ 代入, 得 } S=2+5=7. \text{ 故答案为 7.}$$

17. 【解】(1) 原式 $= a(m^2 - 4m + 4) = a(m-2)^2$.

(2) 原式 $= a^2(x-y) - b^2(x-y) = (a^2 - b^2)(x-y) = (a+b)(a-b)(x-y)$.

18. 【解】(1) 设 $x+y=M$, 则原式 $= M(M-4) + 4 = M^2 - 4M + 4 = (M-2)^2$, 将 $M=x+y$ 代入, 得原式 $= (x+y-2)^2$.

(2) 原式 $= (a-1)(a-4)(a-2)(a-3) + 1 = (a^2 - 5a + 4)(a^2 - 5a + 6) + 1$. 令 $N = a^2 - 5a + 4$.

因为 a 为正整数, 所以 $N = a^2 - 5a + 4 = (a-1)(a-4)$ 也是整数, 则原式 $= N(N+2) + 1 = N^2 + 2N + 1 = (N+1)^2$. 因为 N 为整数, 所以原式 $= (N+1)^2$ 为整数的平方, 即 $(a-1)(a-2)(a-3)(a-4) + 1$ 为整数的平方.

19. 【解】(1) 当 $x = \pm 2$ 时, $x^2 - 4 = 0$, 所以 $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$, 故答案为 $\pm 2, (x+2)(x-2)$.

(2) 由题意可知 $x^3 - x^2 - 3x + 3 = (x-1)(x^2 + ax + b)$, 所以 $x^3 - x^2 - 3x + 3 = x^3 - (1-a)x^2 - (a-b)x - b$, 所以 $1-a=1, b=-3$, 所以 $a=0, b=-3$.

(3) 当 $x=2$ 时, $x^3 + 4x^2 - 3x - 18 = 8 + 16 - 6 -$

思路分析

(2) 将原式变形为 $(a^2 - 5a + 4)(a^2 - 5a + 6) + 1$. 令 $N = a^2 - 5a + 4$, 据此可得原式 $= N(N+2) + 1 = N^2 + 2N + 1 = (N+1)^2$, 根据 a 为正整数可做出判断.

$18=0$, 所以多项式中有因式 $x-2$. 设另一个因式为 $x^2 + mx + n$, 所以 $x^3 + 4x^2 - 3x - 18 = (x-2)(x^2 + mx + n)$, 所以 $x^3 + 4x^2 - 3x - 18 = x^3 + (m-2)x^2 - (2m-n)x - 2n$, 所以 $m-2=4, 2n=18$, 所以 $m=6, n=9$, 所以 $x^3 + 4x^2 - 3x - 18 = (x-2)(x^2 + 6x + 9) = (x-2)(x+3)^2$.

20. 【解】(1) 因为 $8 = 2^2 + 2^2$, 所以 8 是完美数. (答案不唯一)

因为 $34 = 3^2 + 5^2$, 所以 34 是完美数.

(2) $S = x^2 + 4y^2 + 4x - 12y + k = x^2 + 4x + 4 + (4y^2 - 12y + 9) + k - 13 = (x+2)^2 + (2y-3)^2 + k - 13$. 因为 x, y 是整数, 所以 $x+2, 2y-3$ 也是整数, 所以当 $k-13=0$, 即 $k=13$ 时, S 是完美数.

(3) 设 $A = a^2 + b^2, B = c^2 + d^2$ (a, b, c, d 都是整数), 则 $A \times B = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2 = a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + 2abcd - 2abcd = (ac+bd)^2 + (ad-bc)^2$. 因为 a, b, c, d 都是整数, 所以 ac, bd, ad, bc 都是整数, 所以 $A \times B$ 是完美数.

第5章 分式

5.1 分式的意义



刷基础

1. C 【解析】 $\frac{5}{6}(1-x), \frac{4x}{\pi-2}, \frac{x-y}{2}$ 是整式, 不是

分式; $\frac{3}{x}, \frac{4}{x^2}$ 是分式, 所以分式有 2 个, 故选 C.

2. $\frac{1}{x^2-1}$ (答案不唯一) 【解析】根据分式的定义, 可以组成的分式有 $\frac{1}{x^2-1}, \frac{1}{x+1}, \frac{x+1}{x^2-1}$ 等, 故

答案为 $\frac{1}{x^2-1}$ (答案不唯一).

3. A 【解析】因为分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义, 所以 $x+1 \neq 0$, 解得 $x \neq -1$. 故选 A.

4. D 【解析】由题意可知 $(x-2)(x-3) \neq 0$, 所以 $x \neq 2$ 且 $x \neq 3$. 故选 D.

5. $-\frac{3}{2}$ 【解析】因为当 $x=3$ 时, 分式 $\frac{x-b}{x+2b}$ 没有意义, 所以当 $x=3$ 时, $x+2b=0$, 即 $3+2b=0$, 所

关键点拨

判断分式的依据是看分母中是否含有字母, 若含有字母则是分式, 若不含有字母则不是分式.

关键点拨

一个分式的值为整数, 则分子是分母的整数倍.

刷有所得

分母为零, 分式无意义; 分母不为零, 分式有意义.

以 $b = -\frac{3}{2}$. 故答案为 $-\frac{3}{2}$.

6. 【解】因为 $x^2 - 4x + 6 = (x-2)^2 + 2 > 0$, 所以无论 x 取何值, 分式 $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 4x + 6}$ 一定有意义.

7. A 【解析】因为分式 $\frac{(x-3)(x+1)}{x+1}$ 的值为 0, 所以 $x-3=0$, 所以 $x=3$. 故选 A.

8. 【解】因为 $\frac{\sqrt{x+2y} + |x^2-4|}{x-2} = 0$, 所以 $\sqrt{x+2y} + |x^2-4| = 0, x-2 \neq 0$, 所以 $\begin{cases} x+2y=0, \\ x^2-4=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-2, \\ y=1, \end{cases}$ 所以 $2x+y = 2 \times (-2) + 1 = -3$.

9. C 【解析】因为 $\frac{6}{2x+3}$ 表示一个整数且 x 是整数, 所以 $2x+3 = \pm 1$ 或 $2x+3 = \pm 2$ 或 $2x+3 = \pm 3$ 或 $2x+3 = \pm 6$. 当 $2x+3=1$ 时, $x=-1$; 当 $2x+3=-1$ 时, $x=-2$; 当 $2x+3=2$ 时, $x=-\frac{1}{2}$ (不合题